MODÉLISATION DE LA CROISSANCE DÉMOGRAPHIQUE

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| File:Pierre Francois Verhulst.jpgLe mathématicien belge **Pierre-François Verhulst** s’est intéressé aux modèles mathématiques de l’évolution démographique. Dans ses articles intitulés *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement* (1838) et *Recherches mathématiques sur la loi d’accroissement des populations* (1845), il s’inspire des travaux de l’économiste britannique **Robert Malthus**. En voici un extrait :« On sait que le célèbre Malthus a établi comme principe que la population tend à croître en progression géométrique, de manière à se doubler après une certaine période, par exemple, tous les vingt-cinq ans. Cette proposition est incontestable si l’on fait abstraction de la difficulté croissante de se procurer des subsistances […]L’accroissement virtuel de la population trouve donc une limite dans l’étendue et la fertilité du pays et la population tend, par conséquent à devenir de plus en plus stationnaire. »Ses articles s’appuyaient sur l’étude de la population des États-Unis à partir des données regroupées dans le tableau suivant :

|  |  |
| --- | --- |
| Année | Population |
| 1790 | 3 929 827 |
| 1800 | 5 305 925 |
| 1810 | 7 239 814 |
| 1820 | 9 638 131 |
| 1830 | 12 866 020 |
| 1840 | 17 062 566 |

D’après Nicolas BACAËR, *histoires de mathématiques et de populations.*Image (domaine public) : *http://www.math.udel.edu/~angell/RPI/HTML/Modules/verh.gif* |

***Problématique n°1 : Robert Malthus a-t-il raison d’affirmer que la population des États-Unis double tous les vingt-cinq ans ?***

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.lyc-moreau-quincy.ac-versailles.fr/IMG/png/ac-versailles1.png | **« FICHE PEDAGOGIQUE»** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Titre de l’activité** | Modélisation de la croissance démographique |
| **Niveau** | Terminale Baccalauréat Professionnel |
| **Points du Programme abordés** | Suites géométriques, fonctions exponentielles, statistiques à deux variables (+ calcul de moyenne). |
| **Compétences** | S’approprier, analyser – raisonner, réaliser, valider, communiquer. |
| **Matériels à prévoir** | PC avec tableur grapheur (Excel ou Geogrebra) ou calculatrice graphique. |
| **Travail Individuel / en groupe****Disposition de la salle** | Travail individuel. |
| **Description**  | Activité de synthèse de type évaluation formative. |
| **Déroulement** | En fonction de leur niveau de maîtrise, on pourra différencier le travail des élèves. Les plus avancés pourront traiter les trois problématiques.  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une hypothèse argumentée pour répondre à la question posée.

**Indication pour le professeur** *(2 fois 25 ans)**: l’élève peut remarquer que la population a été approximativement multipliée par quatre en 50 ans et donc considérer qu’elle a doublé en 25 ans (la progression étant régulière).* |
| **APP** |
|  |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. À l’aide d’une calculatrice graphique ou d’un tableur-grapheur :
2. réaliser le nuage de points des valeurs du tableau donné dans l’encadré. Les valeurs de la variable représentent les années et celles de la variable , le nombre d’individus.
3. Effectuer un ajustement du nuage de points en utilisant le modèle « exponentielle ».
4. Donner l’expression de la fonction obtenue

**Indication pour le professeur** (logiciel utilisé : EXCEL) |
| **APP** |
|  |
| **RÉA** |
|  |
|  |

![Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf]()

Appeler le professeur pour présenter vos résultats. *(Cette étape permettra au professeur de donner la valeur exacte de la fonction si l’élève ne l’a pas trouvée).*

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre à la problématique n°1 en justifiant par un calcul utilisant la fonction trouvée

**Indication pour le professeur** |
| **RÉA** |
|  |
| **VAL** |
|  |

***Problématique n°2 : le modèle de suite géométrique convient-il pour décrire l’évolution de la population des États-Unis de 1790 à 1840 ? Quelle serait, en moyenne, la raison de cette suite ?***

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une démarche pour répondre à la question posée **:** préciser les calculs ou graphiques à réaliser et les outils utilisés.
 |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |  |
|  | 1. Réaliser la démarche proposée (présenter les outils utilisés, calculs ou graphiques réalisés)
 |
| **RÉA** |  |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |
|  | Appeler le professeur pour présenter votre démarche et vos résultats.Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre en argumentant à la problématique n°2.
 |
| **VAL** |
|  |
| **COM** |
|  |

|  |
| --- |
| Pour prédire l’évolution de la population des États-Unis, Pierre François Verhulst propose d’utiliser une fonction qu’il baptise *fonction logistique* dont voici la représentation graphique appelée *sigmoïde*. Population en millions d’habitantsAnnée |
|  |

***Problématique n°3 : en sachant qu’en 1910, la population des États-Unis s’élevait à 92 228 000 habitants, quel modèle (suite géométrique ou fonction logistique) permet de faire les meilleures prévisions ?***

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une démarche pour répondre à la question posée **:** préciser les calculs ou graphiques à réaliser et les outils utilisés.
 |
| **APP** |
|  |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Réaliser la démarche proposée (présenter les outils utilisés, calculs ou graphiques réalisés)
 |
| **RÉA** |  |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |
|  | Appeler le professeur pour présenter votre démarche et vos résultats.Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre en argumentant à la problématique n°3.
 |
| **VAL** |
|  |
| **COM** |
|  |

Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

|  |  |
| --- | --- |
| **Capacités** | Reconnaître une suite géométrique par le calcul ou à l’aide d’un tableur.Réaliser une représentation graphique d’une suite géométrique.Appliquer les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison d’une suite géométrique.Expression du terme de rang *n* d’une suite géométrique.Représenter à l’aide des TIC un nuage de points.Aborder un exemple d’ajustement non affine d’un nuage de points et utiliser l’équation pour interpoler ou extrapoler.Étudier et représenter graphique une fonction exponentielle.  |
| **Connaissances** | Définition d’une suite géométrique.Série quantitative à deux variables, nuages de points.Fonctions exponentielles comme un prolongement des suites géométriques. |
| **Attitudes** | Le sens de l’observation ;La rigueur et la précision. |

Évaluation

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Compétences** | **Appréciation du niveau d’acquisition** | **Questions** | **Évaluation** |
| **S’approprier** | L’élève est capable d’extraire les données d’un tableau de nombre pour étayer son raisonnement. L’élève est capable de repérer l’information utile dans un tableau ou un graphique.  | I.1.I.2.III.1. |  |
| **Analyser****Raisonner** | L’élève est capable de conduire un raisonnement simple pour formuler une hypothèse. L’élève est capable d’identifier les méthodes et les outils nécessaires à la mise d’une démarche de résolution. | I.1.II.1.III.1. |  |
| **Réaliser** | L’élève est capable de réaliser un nuage de points et son ajustement avec l’outil TIC. L’élève est capable de réaliser une interpolation à partir de l’expression de l’ajustement obtenu. L’élève est capable de montrer qu’une suite est géométrique et d’en déterminer la raison. L’élève est capable de calculer un terme de rang n d’une suite géométrique. L’élève est capable.  | I.2.I.3.II.2.III.2. |  |
| **Valider**  | L’élève est capable de critiquer son résultat pour confirmer ou infirmer une hypothèse ou répondre à une problématique. L’élève est capable d’apprécier le caractère relatif de son résultat (tendance). | I.3.II.3.III.3. |  |
| **Communiquer**  | L’élève est capable d’utiliser un langage clair et approprié.  | I.1.II.1.II.2.II.3.III.1.III.2.III.3. |  |
|  |  |  |  |