MODÉLISATION DE LA CROISSANCE DÉMOGRAPHIQUE

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| File:Pierre Francois Verhulst.jpg  Le mathématicien belge **Pierre-François Verhulst** s’est intéressé aux modèles mathématiques de l’évolution démographique. Dans ses articles intitulés *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement* (1838) et *Recherches mathématiques sur la loi d’accroissement des populations* (1845), il s’inspire des travaux de l’économiste britannique **Robert Malthus**.  En voici un extrait :  « On sait que le célèbre Malthus a établi comme principe que la population tend à croître en progression géométrique, de manière à se doubler après une certaine période, par exemple, tous les vingt-cinq ans. Cette proposition est incontestable si l’on fait abstraction de la difficulté croissante de se procurer des subsistances […]  L’accroissement virtuel de la population trouve donc une limite dans l’étendue et la fertilité du pays et la population tend, par conséquent à devenir de plus en plus stationnaire. »  Ses articles s’appuyaient sur l’étude de la population des États-Unis à partir des données regroupées dans le tableau suivant :   |  |  | | --- | --- | | Année | Population | | 1790 | 3 929 827 | | 1800 | 5 305 925 | | 1810 | 7 239 814 | | 1820 | 9 638 131 | | 1830 | 12 866 020 | | 1840 | 17 062 566 |   D’après Nicolas BACAËR, *histoires de mathématiques et de populations.*  Image (domaine public) : *http://www.math.udel.edu/~angell/RPI/HTML/Modules/verh.gif* |

***Problématique n°1 : Robert Malthus a-t-il raison d’affirmer que la population des États-Unis double tous les vingt-cinq ans ?***

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.lyc-moreau-quincy.ac-versailles.fr/IMG/png/ac-versailles1.png | **« FICHE PEDAGOGIQUE»** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Titre de l’activité** | Modélisation de la croissance démographique |
| **Niveau** | Terminale Baccalauréat Professionnel |
| **Points du Programme abordés** | Suites géométriques, fonctions exponentielles, statistiques à deux variables (+ calcul de moyenne). |
| **Compétences** | S’approprier, analyser – raisonner, réaliser, valider, communiquer. |
| **Matériels à prévoir** | PC avec tableur grapheur (Excel ou Geogrebra) ou calculatrice graphique. |
| **Travail Individuel / en groupe**  **Disposition de la salle** | Travail individuel. |
| **Description** | Activité de synthèse de type évaluation formative. |
| **Déroulement** | En fonction de leur niveau de maîtrise, on pourra différencier le travail des élèves. Les plus avancés pourront traiter les trois problématiques. |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une hypothèse argumentée pour répondre à la question posée.   **Indication pour le professeur**  *(2 fois 25 ans)*  *: l’élève peut remarquer que la population a été approximativement multipliée par quatre en 50 ans et donc considérer qu’elle a doublé en 25 ans (la progression étant régulière).* |
| **APP** |
|  |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. À l’aide d’une calculatrice graphique ou d’un tableur-grapheur : 2. réaliser le nuage de points des valeurs du tableau donné dans l’encadré. Les valeurs de la variable représentent les années et celles de la variable , le nombre d’individus. 3. Effectuer un ajustement du nuage de points en utilisant le modèle « exponentielle ». 4. Donner l’expression de la fonction obtenue   **Indication pour le professeur**  (logiciel utilisé : EXCEL) |
| **APP** |
|  |
| **RÉA** |
|  |
|  |

Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf

Appeler le professeur pour présenter vos résultats. *(Cette étape permettra au professeur de donner la valeur exacte de la fonction si l’élève ne l’a pas trouvée).*

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre à la problématique n°1 en justifiant par un calcul utilisant la fonction trouvée   **Indication pour le professeur** |
| **RÉA** |
|  |
| **VAL** |
|  |

***Problématique n°2 : le modèle de suite géométrique convient-il pour décrire l’évolution de la population des États-Unis de 1790 à 1840 ? Quelle serait, en moyenne, la raison de cette suite ?***

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une démarche pour répondre à la question posée **:** préciser les calculs ou graphiques à réaliser et les outils utilisés. |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |  |
|  | 1. Réaliser la démarche proposée (présenter les outils utilisés, calculs ou graphiques réalisés) |
| **RÉA** |  |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |
|  | Appeler le professeur pour présenter votre démarche et vos résultats.  Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre en argumentant à la problématique n°2. |
| **VAL** |
|  |
| **COM** |
|  |

|  |
| --- |
| Pour prédire l’évolution de la population des États-Unis, Pierre François Verhulst propose d’utiliser une fonction qu’il baptise *fonction logistique* dont voici la représentation graphique appelée *sigmoïde*.  Population en millions d’habitants    Année |
|  |

***Problématique n°3 : en sachant qu’en 1910, la population des États-Unis s’élevait à 92 228 000 habitants, quel modèle (suite géométrique ou fonction logistique) permet de faire les meilleures prévisions ?***

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Proposer une démarche pour répondre à la question posée **:** préciser les calculs ou graphiques à réaliser et les outils utilisés. |
| **APP** |
|  |
| **ANA** |
|  |
| **COM** |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Réaliser la démarche proposée (présenter les outils utilisés, calculs ou graphiques réalisés) |
| **RÉA** |  |
|  |
| **COM** |
|  |
|  |
|  | Appeler le professeur pour présenter votre démarche et vos résultats.  Description : C:\Users\Nicolas\AppData\Local\Microsoft\Windows\Temporary Internet Files\Content.IE5\7E90AS99\MCj04112440000[1].wmf |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Répondre en argumentant à la problématique n°3. |
| **VAL** |
|  |
| **COM** |
|  |

Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

|  |  |
| --- | --- |
| **Capacités** | Reconnaître une suite géométrique par le calcul ou à l’aide d’un tableur.  Réaliser une représentation graphique d’une suite géométrique.  Appliquer les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison d’une suite géométrique.  Expression du terme de rang *n* d’une suite géométrique.  Représenter à l’aide des TIC un nuage de points.  Aborder un exemple d’ajustement non affine d’un nuage de points et utiliser l’équation pour interpoler ou extrapoler.  Étudier et représenter graphique une fonction exponentielle. |
| **Connaissances** | Définition d’une suite géométrique.  Série quantitative à deux variables, nuages de points.  Fonctions exponentielles comme un prolongement des suites géométriques. |
| **Attitudes** | Le sens de l’observation ;  La rigueur et la précision. |

Évaluation

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Compétences** | **Appréciation du niveau d’acquisition** | **Questions** | **Évaluation** |
| **S’approprier** | L’élève est capable d’extraire les données d’un tableau de nombre pour étayer son raisonnement. L’élève est capable de repérer l’information utile dans un tableau ou un graphique. | I.1.  I.2.  III.1. |  |
| **Analyser**  **Raisonner** | L’élève est capable de conduire un raisonnement simple pour formuler une hypothèse. L’élève est capable d’identifier les méthodes et les outils nécessaires à la mise d’une démarche de résolution. | I.1.  II.1.  III.1. |  |
| **Réaliser** | L’élève est capable de réaliser un nuage de points et son ajustement avec l’outil TIC. L’élève est capable de réaliser une interpolation à partir de l’expression de l’ajustement obtenu.  L’élève est capable de montrer qu’une suite est géométrique et d’en déterminer la raison. L’élève est capable de calculer un terme de rang n d’une suite géométrique. L’élève est capable. | I.2.  I.3.  II.2.  III.2. |  |
| **Valider** | L’élève est capable de critiquer son résultat pour confirmer ou infirmer une hypothèse ou répondre à une problématique. L’élève est capable d’apprécier le caractère relatif de son résultat (tendance). | I.3.  II.3.  III.3. |  |
| **Communiquer** | L’élève est capable d’utiliser un langage clair et approprié. | I.1.  II.1.  II.2.  II.3.  III.1.  III.2.  III.3. |  |
|  |  |  |  |